

POLITEXT 95

Teoría de máquinas

POLITEXT

Salvador Cardona Foix
Daniel Clos Costa

Teoría de máquinas

EDICIONS UPC

Primera edición: febrero de 2001

Diseño de la cubierta: Manuel Andreu

- © Los autores, 2001
- © De la traducción: Guillermo Reyes, 2000
- © Edicions UPC, 2001
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
E-mail: edicions-upc@upc.es

Producción: CPDA
Av. Diagonal 647, ETSEIB, 08028 Barcelona

Depósito legal: B-34.149-2000
ISBN: 84-8301-452-1

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

Presentación

Este texto, escrito inicialmente para ser utilizado en la asignatura *Teoría de máquinas* de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona (ETSEIB) de la Universidad Politécnica de Cataluña, hace de puente entre la mecánica vectorial y el cálculo y diseño de máquinas. Este espacio no lo cubren los textos clásicos, que parten de unos conocimientos de mecánica muy elementales y no introducen las herramientas analíticas adecuadas para el estudio de los sistemas multisólido. Otros textos, dirigidos a la simulación de sistemas mecánicos, no son adecuados como libros de texto para asignaturas introductorias a la teoría de máquinas y mecanismos.

En el desarrollo que se ha hecho de los diferentes temas se presuponen conocimientos previos de la cinemática del sólido rígido y de los teoremas vectoriales y de la energía aplicados al sólido rígido. Los temas se tratan de manera que el texto pueda ser utilizado como libro de consulta más allá del ámbito de una asignatura de teoría de máquinas. Si se seleccionan los ejemplos de trabajo y se aligera el contenido conceptual de algunos puntos, sobre todo de los que se presentan en los anexos, este libro puede ser utilizado también en una escuela de ingeniería técnica.

El contenido del texto se inicia con un capítulo, *Máquina y mecanismo*, en el cual se introducen los elementos y conceptos propios de la teoría de máquinas y mecanismos. En los capítulos 2, *Movilidad*, y 3, *Cinemática de mecanismos*, se presenta el estudio general de la cinemática de sistemas mecánicos y se hace énfasis en el movimiento plano. Este estudio se presenta tanto desde un enfoque vectorial, destinado principalmente al estudio del movimiento plano, como desde un punto de vista analítico, a partir de las coordenadas generalizadas que describen la configuración del sistema. El capítulo 4, *Mecanismos leva-palpador*, se destina al análisis de los pares superiores. También se estudia el diseño de funciones de desplazamiento mediante curvas de Bézier no paramétricas para obtener perfiles de levas. La cinemática de los *engranajes* se trata de manera monográfica en el capítulo 5.

Los cuatro capítulos siguientes se centran en el estudio de la dinámica desde diferentes puntos de vista. En el capítulo 6, *Análisis dinámico*, se introduce la utilización de los teoremas vectoriales en el estudio dinámico de los sistemas mecánicos multisólido y se hace una introducción al equilibrio de mecanismos. La importancia que tienen las resistencias pasivas en el funcionamiento de las máquinas hace que se dedique el capítulo 7, *Resistencias pasivas y mecanismos basados en el rozamiento*, a su estudio. Este capítulo incluye una introducción a los principales mecanismos que basan su funcionamiento en el rozamiento. El capítulo 8 se destina al *método de las potencias virtuales*, teniendo en cuenta su utilidad para la obtención selectiva de fuerzas y ecuaciones del movimiento en los sistemas mecánicos. La energía, que aparece en todos los ámbitos de la física, es objeto de estudio

en el capítulo 9, *Trabajo y potencia en máquinas*, para analizar la transformación de energía en las máquinas y el intercambio con su entorno.

En la elaboración de este texto se ha utilizado material preparado con la colaboración de profesorado con experiencia docente e investigadora en los temas que se tratan. Esta experiencia es el resultado de la impartición de las asignaturas de mecánica y teoría de máquinas, la dirección de proyectos de fin de carrera y el desarrollo de actividades de tercer ciclo, como son las asignaturas de simulación de sistemas mecánicos y de introducción al diseño geométrico asistido por ordenador.

La primera versión de unos apuntes para la asignatura de teoría de máquinas fue escrita para el curso 1996-1997 y coordinada por Salvador Cardona. Intervinieron, aparte de los autores, los profesores Jordi Martínez, en los capítulos 6 y 8, Javier Sánchez-Reyes, en los capítulos 4 y 5, y la profesora M^a. Antonia de los Santos, en los capítulos 1, 3 y 7.

Al inicio del curso 1997-1998, se realizó una segunda versión de los apuntes ampliada y revisada por los autores, que incorporaron cambios que, sin afectar los contenidos básicos, los pulieran. Así, en el cuerpo se introdujeron algunas modificaciones y algunos ejemplos nuevos y, en lo referente a los ejercicios propuestos, se introdujeron enunciados nuevos y la mayoría de las soluciones.

Durante los cursos 1997-1998 y 1998-1999 se ha utilizado esta nueva versión, al mismo tiempo que se ha hecho un análisis crítico del contenido y de la ordenación de los temas y se han resuelto todos los ejemplos propuestos. En esta tarea han colaborado los profesores Joan Puig y Eduard Fernández-Díaz.

Tomando como material de base esta versión de los apuntes y toda la información recogida, a principio del curso 1999-2000 se inicia la estructuración del libro que ahora presentamos. En esta última etapa, colabora la profesora Lluïsa Jordi, que revisa el formato final.

Queremos manifestar nuestro agradecimiento a todos aquellos, familiares y compañeros, que de una manera u otra nos han ayudado durante la realización de este libro. En particular, a todas las personas mencionadas y al profesor Joaquim Agulló, a quien debemos gran parte de nuestros conocimientos de mecánica y el gusto por las cosas bien hechas.

Barcelona, Enero de 2000

Salvador Cardona

Daniel Clos

Índice

1 Máquina y mecanismo

1.1	Máquinas y mecanismos. Definiciones	13
1.2	Clasificación de pares cinemáticos	15
1.3	Clasificación de miembros	18
1.4	Esquematación. Modelización	18
1.5	Mecanismos de barras	21
1.6	Mecanismos de levas	22
1.7	Engranajes y trenes de engranajes	24
1.8	Prestaciones de un mecanismo	24
Anexo 1.I	Representación simbólica de elementos	26
Problemas	30

2 Movilidad

2.1	Coordenadas y velocidades generalizadas. Grados de libertad de un mecanismo	33
2.2	Ecuaciones de enlace. Holonomía	35
2.3	Determinación del número de coordenadas independientes	38
2.4	Determinación del número de grados de libertad	39
2.5	Redundancia total. Redundancia tangente	41
2.6	Espacio de configuraciones. Subespacio de configuraciones accesibles	43
2.7	Resolución de las ecuaciones de enlace geométricas. Método de Newton-Raphson	44
2.8	Configuraciones singulares	45
Anexo 2.I	Geometría de triángulos y cuadriláteros	47
Anexo 2.II	Orientación y velocidad angular de un sólido rígido	50
Problemas	54

3 Cinemática de mecanismos

3.1	Estudio cinemático de los mecanismos a partir de las ecuaciones de enlace geométricas	61
3.2	Redundancia y configuraciones singulares	65
3.3	Estudio cinemático de los mecanismos a partir de las ecuaciones de enlace cinemáticas	66

3.4	Movimiento plano	69
Anexo 3.I	Utilización de los números complejos para representar los vectores en cinemática plana	75
Anexo 3.II	Síntesis de mecanismos	76
Anexo 3.III	Determinación de mecanismos cognados	78
Anexo 3.IV	Cinemática gráfica	80
Problemas	82
4	Mecanismos leva-palpador	
4.1	Análisis del mecanismo leva-palpador	89
4.2	Ejemplos de análisis de levas con palpador de translación, conocida la ley de desplazamiento	96
4.3	Especificación de una ley de desplazamiento	97
4.4	Obtención del perfil de la leva, conocidos la curva de desplazamiento y el palpador	99
4.5	Características geométricas del perfil de la leva	104
Anexo 4.I	Curvas de Bézier no paramétricas	107
Problemas	115
5	Engranajes	
5.1	Transmisión de la rotación entre ejes	121
5.2	Perfiles conjugados	124
5.3	Dentado de los engranajes	125
5.4	Perfil de evolvente	128
5.5	Trenes de engranajes	130
Problemas	136
6	Análisis dinámico	
6.1	Teoremas vectoriales	139
6.2	Aplicación de los teoremas vectoriales al planteamiento de la dinámica de mecanismos ...	142
6.3	Torsor de las fuerzas de inercia de d'Alembert	145
6.4	Equilibrado de mecanismos	145
Anexo 6.I	Planteamiento global del análisis dinámico mediante los teoremas vectoriales	148
Anexo 6.II	Aspectos a considerar en el caso de mecanismos con movimiento plano	150
Anexo 6.III	Torsor de las fuerzas de inercia de d'Alembert	151
Anexo 6.IV	Métodos de equilibrado	152
Problemas	159
7	Resistencias pasivas. Mecanismos basados en el rozamiento	
7.1	Resistencia al deslizamiento	166

7.2	Resistencia al pivotamiento y a la rodadura	169
7.3	Acuñaamiento. Cono de rozamiento	170
7.4	Contacto multipuntual	172
7.5	Mecanismos basados en el rozamiento	177
Anexo 7.I	Rozamiento en los pares helicoidales	182
Problemas	185
8	Método de las potencias virtuales	
8.1	Fundamentos del método	193
8.2	Tipos de movimientos virtuales	195
8.3	Potencia asociada a un torsor de fuerzas sobre un sólido rígido	198
8.4	Cálculo de la potencia virtual en casos concretos	200
8.5	Ejemplo de aplicación	201
8.6	Fuerzas generalizadas	204
Anexo 8.I	Planteamiento global del método de las potencias virtuales	206
Problemas	208
9	Trabajo y potencia en máquinas	
9.1	Teorema de la energía	213
9.2	Principio de conservación de la energía	215
9.3	Versión diferencial del teorema de la energía	217
9.4	Rendimiento	218
9.5	Inercia y fuerza reducidas a una coordenada	220
9.6	Régimen de funcionamiento de las máquinas. Grado de irregularidad	223
9.7	Volantes	224
9.8	Curvas características velocidad-fuerza de las máquinas	226
Problemas	228
	Resultados de los problemas	235
	Bibliografía	247
	Índice alfabético	249

Bibliografía

- AGULLÓ, J. *Mecànica de la partícula i del sòlid rígid*. Barcelona, Publicacions OK Punt, 1997.
- AGULLÓ, J. *Introducció a la mecànica analítica, percussiva i vibratòria*. Barcelona, Publicacions OK Punt, 1997.
- BEER, FERDINAND P.; JOHNSTON, E. RUSSELL. *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*. Madrid. McGraw-Hill, 1992.
- FARIN, GERALD E. *Curves and surfaces for computer-aided design*. Boston. Academic Press, 1997.
- GARCÍA DE JALÓN, J.; BAYO, E. *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems*. New York. Springer-Verlag, 1994
- HAUG, EDWARD J. *Computer-aided kinematics and dynamics of mechanical systems*. Boston. Allyn and Bacon, 1989.
- HENRIOT, GEORGES. *Traité théorique et pratique des engranages*. Paris. Dunod, 1968
- MABIE, HAMILTON H. *Mechanisms and dynamics of machinery*. New York. John Wiley & Sons, 1986
- MOLINER, P. R. *Engranajes*. Barcelona. ETSEIB CPDA, 1990.
- NIETO, J. *Síntesis de mecanismos*. Madrid. Editorial AC, 1978.
- NORTON, ROBERT L. *Diseño de maquinaria*. México. McGraw-Hill, 1995.
- SHIGLEY, JOSEPH E. *Teoría de máquinas y mecanismos*. México. McGraw-Hill, 1988.
- WILSON, CHARLES E. *Kinematics and dynamics of machinery*. New York. HarperCollins Colege Publishers, 1991

Índice alfabético

A

- Aceleraciones
 - continuas, 98
 - distribución de, 68, 69, 80
 - de los puntos de un sólido rígido, 66
 - sobreaceleraciones, 98
- Acción y reacción
 - principio de la, 140
- Análisis
 - cinetostática, 139
 - de configuraciones, 44
 - de velocidades, 62, 92
 - de aceleraciones, 63
 - dinámica, 139, 148
 - directa, 144
 - inversa, 139
- Anillo, 14
- Ángulo
 - de presión, 93
 - de transmisión, 24
- Articulación, 15, 67

B

- Balancín, 18
- Bernstein, polinomios de, 108
- Bézier, 99
 - curvas de, 100
 - derivada de una, 111
 - integral de una, 111
 - ordenadas de, 111
- Biela, 18, 156
- Bifurcación, 45

C

- Cadena cinemática, 14
 - inversión de una, 14

- Característica mecánica, 226
- Centro instantáneo de rotación, 72
- Coefficiente
 - de rozamiento dinámico, 166
 - de rozamiento estático, 166
 - de pivotamiento, 170
 - de rodadura, 170
 - de influencia, 153
- Composición
 - de rotaciones sobre ejes fijos, 51
 - de rotaciones según ángulos de Euler, 51
- Condiciones
 - de enlace, 14
 - de engrane, 134
 - de continuidad, 98, 112
 - de cierre, 37
 - límite de los enlaces, 167
- Configuraciones
 - accesibles, 43
 - espacio de, 43
 - singulares, 45, 65
- Contacto
 - multipuntual, 172
 - puntual, 17, 68
- Control
 - punto de, 109
 - polígono de, 110
- Coordenadas
 - generalizadas, 33
 - independientes, 35
- Correa, transmisión por, 123, 177
- Coulomb, modelo del rozamiento seco de, 166

D

- Deriva, fenómeno de la, 168
- Desequilibrio, 152
- Diagrama del sólido libre o del cuerpo libre, 142

E

- Energía, 213
 - cinética, 213
 - de rotación, 214
 - de translación, 214
 - mecánica, 215
 - potencial, 216
- Engranaje, 24, 122
 - cilíndrico helicoidal cruzado, o hipoide, 123
 - cilíndrico o paralelo, 123
 - cónico, 123
 - módulo de un, 126
 - paso de un, 126, 129
- Enlace, 14
 - cinemático, 14, 36
 - condiciones de, 14
 - geométrico, 14, 35
 - redundante, 39
 - total, 41
 - tangente, 42
- Embrague, 177
- Ecuación
 - de enlace
 - geométrica, 35, 90
 - cinemática, 36, 67
 - de gobierno, 37
 - reónoma, 37
- Equilibrado,
 - de mecanismos, 145
 - de rotores, 146, 152
 - del cuadrilátero articulado, 147, 155
 - dinámico, 146
 - estático, 146
 - experimental, 152
 - grado de calidad, 153
- Espacio de configuraciones, 43
- Euler
 - ángulos de, 51
 - parámetros de, 50
 - teorema de, 50

F

- Acuñaamiento, 170
 - en los tornillos, 183
- Fuerza
 - de rozamiento, 166
 - de fricción, 166
 - generalizada, 204
 - de inercia de d'Alembert, 145, 151, 193
 - reducida, 221

Rozamiento

- circulo de, 173
- cono de, 170
- seco de Coulomb, 166
- en cojinetes, 173
- en guías, 172
- triángulo de, 170
- viscoso, 169

Frenos, 179

- Freudenstein, ecuación de, 48
- Fricción, ruedas de, 123, 177

G

- Grashof, ley de, 21
- Grado de libertad, 35, 39
- Grado de irregularidad, 213
- Grado de redundancia, 43
- Grupo de Assur, 39
- Grübler-Kutzbach, criterio de, 39

H

- Holonomía, 38

I

- Inercia reducida, 221

J

- Juego, hipótesis de, 172
- Junta, 15

L

- Ley de desplazamiento, 97
- Ley de Grashof, 21
- Leva
 - de detención simple, 113
 - de doble detención, 114
 - excéntrica, 90
 - perfil de la, 101, 104
 - radio de curvatura del, 104
- Deslizamiento, 165
 - inminente, 171
 - umbral de, 171

M

- Manivela, 18
- Máquina, 13

Mecanismo, 13
 con anillos, 39
 basado en el rozamiento, 176
 cognado, 78
 de barras, 21
 de pistón-biela-manivela, 47
 de cuadrilátero articulado, 21, 48
 diferencial, 133, 198
 equivalente, 94
 leva-palpador, 22, 89
 de transmisión de movimiento entre ejes, 122

Método
 de las potencias virtuales, 139, 193, 206
 de Newton-Raphson, 44
 de los trabajos virtuales, 193

Modelo
 de rozamiento seco de Coulomb, 166
 cinemático, 167
 de rozamiento viscoso, 169

Momento cinético, teorema del,

Movimiento
 plano, 69, 75
 virtual, 194
 compatible con los enlaces, 195
 no compatible con los enlaces, 197
 transmisión de, 121, 180

N

Número de
 coordenadas independientes, 35
 velocidades independientes, 35

O

Osculador, círculo, 94
 Osculadora, cuádrlica, 94

P

Palpador
 circular, 97
 plano, 96

Par

cilíndrico, 15
 cinemático, 15, 165
 de revolución, 15
 esférico, 16
 guía-botón, 67
 guía-corredera, 67
 helicoidal, 16, 182

plano, 16
 prismático, 16
 superficial o inferior, 15
 superior, 17

Perfil

conjugado, 124
 de evolvente, 128

Pivotamiento, 170

resistencia al, 170
 velocidad angular de, 170

Polo

de velocidades, 72
 de aceleraciones, 74

Potencia, 218

virtual, 193, 198, 200

Principio

de conservación de la energía, 215
 de acción i reacción, 140

Punto muerto, 45, 65

Q

Cuadrilátero articulado, 21, 48
 Cantidad de movimiento, 140

R

Redundancia, 41, 45
 tangente, 42
 total, 41

Régimen de funcionamiento, 223

Relación de transmisión, 121, 127

Rendimiento, 218

Resistencia

al deslizamiento, 166
 al pivotamiento, 170
 a la rodadura, 169

Resistencias pasivas, 165, 219

Rodadura, 68, 169

resistencia a la, 169
 velocidad angular de, 165

Rotor, 146, 152

S

Apriete, hipótesis de, 174

Sistema, 142, 215

holónomo, 38
 mecánico, 142

Subespacio de configuraciones accesibles, 43

Superficie desgastada, hipótesis de la, 174

T

Teorema

- de la energía, 213
- del momento cinético, 140
- de la cantidad de movimiento, 140
- de los tres centros o Aronhold-Kennedy, 73
- de Euler, 50

Teoremas vectoriales, 139

Torsor,

- de enlace, 200
- de fuerzas de inercia de d'alembert, 145, 151, 200

Tren de engranajes, 24

- de ejes fijos, 130
- planetario o epicicloidal, 130

V

Velocidad

- absoluta, 51
- angular,
 - de pivotamiento, 165
 - de rodadura, 165
- de deslizamiento, 93, 125
- generalizada, 34
 - independiente, 35
- virtual, 193

Virtual

- movimiento, 194
- potencia, 193

Volante de inercia, 224

W

Willis, ecuación de, 112